中文 成大研發快訊 第十四卷 第三期 - 2010年六月四日
[http://research.ncku.edu.tw/re/articles/c/20100604/2.html]

未定混沌系統的H^∞強健區間模糊控制

李祖聖[1,*]、李佳鎮[1]、蕭銘殷[2]、蔡舜宏[3]

[1]國立成功大學電機資訊學院電機工程學系
[2]和春技術學院電機工程系
[3]國立台北科技大學機電學院自動化科技研究所

thsli@mail.ncku.edu.tw

International Journal of Nonlinear Science and Numerical Simulations
IJNSNS 10(2): 181-190, FEB 2009

過去幾十年來，混沌現象在不同的科學領域中廣泛地被討論，例如在電路系統、量子系統、化學系統等等之中。因為環境因素會影響系統參數，要獲得未定混沌系統準確的數學模式是相當困難的。無論如何，系統未確定參數及外在干擾值均可用區間數來表示之。T-S模糊建模法提供了另一探討方向來描述未定混沌系統。對於區間式模糊系統而言，各個局部化模式可用線性區間模式來描述之。因此，我們在此要強調定理1的結果是不同於一般的T-S模糊控制系統。

我們所提出的區間模糊模式在不同的狀態空間區域下其局部化動力學可用對應的線性區間模式來表示。模糊系統的總模式可藉由融合這些局部化線性區間模式來完成。我們針對個個局部化線性區間模式來設計控制器。一般而言，所得的總模糊控制器是非線性的，其亦是融合了個個單獨的線性控制器的總合。對於區間控制系統的穩定性、 性能以及相關的設計議題，我們引用了LMI設計法則。以LMI為基礎的設計方法在區間式模糊模式的穩定性分析及非線性控制器的合成中扮演了非常重要的角色。

考慮一未定混沌系統如下

$$\dot{x}(t)=f\left(\mathrm{a}(t);x\right)+g\left(\mathrm{b}(t);x\right)\cdot u+w(t) \tag{1}$$

其中 $x(t)\in\Re^{n}$ 表示為可得的狀態向量、 $u(t)\in\Re^{m}$ 為控制輸入、 $w(t)\in\Re^{n\times 1}$ 為未知有界的擾動、而 $\mathrm{a}(t)\in\Re^{n_\mathrm{a}}$ 及 $\mathrm{b}(t)\in\Re^{m_\mathrm{b}}$ 為時變區間向量其上下界分別為 a、b、b 及 b。

此刻我們採用區間模糊系統對未定混沌系統(1)來建模。區間模糊系統的前提變數可選用非線性項 $f(a(t);x)$ 及 $g(b(t);x)$。我們建立區間模型如下:

受控體規則 k:

IF $z_{10}(t)$ is M_k^1 and … and $z_{p0}(t)$ is M_k^p,

THEN $\dot{x}(t)=A_k x(t)+B_k u(t)+w(t)$, $k=1,2,\ldots,r$ (2)

其中

$$A_k=\left\{\left[a_{kij}\right]\right\}\in\mathbf{A}_k=\left[\underline{A}_k,\bar{A}_k\right]=\left\{\left[\underline{a}_{kij},\bar{a}_{kij}\right]:\underline{a}_{kij}\le a_{kij}\le\bar{a}_{kij},\ 1\le i,j\le n\right\} \tag{3a}$$

$$B_k=\left\{\left[b_{kil}\right]\right\}\in\boldsymbol{B}_k=\left[\underline{B}_k,\bar{B}_k\right]=\left\{\left[\underline{b}_{kil},\bar{b}_{kil}\right]:\underline{b}_{kil}\le b_{kil}\le\bar{b}_{kil},1\le i\le n,\ 1\le l\le m\right\} \tag{3b}$$

為區間矩陣、 M_k^j 為模糊集合、r為IF-THEN規則數目，且 $z_{10}(t)$ $z_{p0}(t)$ 為前提變數。

式(2)的總區間模糊模型可推論如下:

$$\dot{x}=\sum_{k=1}^{r}\mu_k(z_0)(A_k x+B_k u)w(t) \tag{4}$$

對所有的時間t, $\mu_k(z_0)=\omega_k(z_0)/\sum_{k=1}^{r}\omega_k(z_0)$ 其中 $z_0=[z_{10}\ \cdots\ z_{p0}]$、 $\sum_{k=1}^{r}\omega_k(z_0)>0$、 和 $\omega_k(z_0)=\prod_{j=1}^{l}M_k^j(z_0)\geq 0$, k=1,2,...,r, $M_k^j(z_0)$ 是 z_{j0} 在 M_k^j 的歸屬度。由式(4)知, $\sum_{k=1}^{r}\mu_k(z_0)=1$ 且 $\mu_k(z_0)$ ≥0。式(4)用區間表示得

$$A_k=\left\{\left[a_{kij}^0+\Delta a_{kij}\right]\right\}=A_{k0}+\sum_{i,j=1}^{n}e_i\left(\delta_{kij}a_{kij}^0\right)e_j^T,\left|\left(\delta_{kij}a_{kij}^0\right)\right|=\left|\Delta a_{kij}\right|\leq\Delta\bar{a}_{kij} \tag{5a}$$

$$B_k=\left\{\left[b_{kij}^0+\Delta b_{kij}\right]\right\}=B_{k0}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}h_i\left(\sigma_{kij}b_{kij}^0\right)h_j^T,\left|\left(\sigma_{kij}b_{kij}^0\right)\right|=\left|\Delta b_{kij}\right|\leq\Delta\bar{b}_{kij} \tag{5b}$$

其中 $e_i\in\Re^n$ 或 $h_i\in\Re^m$ 表示行向量第i項值為1，其餘為0。

我們用PDC的觀念來設計總模糊控制器，其整合了在各個模糊規則下所有的局部化狀態迴授模糊控制器。模糊控制器的規則描述如下:

控制器規則k:

IF $z_{10}(t)$ is M_k^1 and … and $z_{p0}(t)$ is M_k^p,

THEN $u(t)=F_k x(t)$, k=1,2,...,r (6)

其中 F_k 為狀態迴授增益矩陣，然後最終的複合狀態迴授模糊控制器可得如下:

$$u(t)=\sum_{k=1}^{r}\mu_k F_k x(t) \tag{7}$$

將式(7)代入式(4)可得到閉迴路區間模糊控制系統

$$\dot{x}=\sum_{k=1}^{r}\sum_{s=1}^{r}\mu_k\mu_s\left\{\left(A_k+B_kF_s\right)x\right\}+w(t) \tag{8}$$

因為 H^∞ 控制可有效地消除未定混沌系統中 $w(t)$ 的效應，可用來處理式(4)的強健性能。考慮如下的 H^∞ 控制性能:

$$\int_0^{t_f}x^T(t)Qx(t)dt<x^T(0)Px(0)+\rho^2\int_0^{t_f}w^T(t)w(t)dt \tag{9}$$

其中 t_f 為最終控制時間、ρ 為規定的衰減程度、Q 為依設計目的預先指定的對稱正定權重矩陣、而P是任

意的對稱正定權重矩陣。

我們選用未定混沌系統(1)的李奧普諾夫函數為

$$V(t)=x^T(t)Px(t) \tag{10}$$

其中權重矩陣 $P=P^T > 0$ 且時間對 $V(t)$ 的微分為

$$\dot{V}(t)=\dot{x}^T(t)Px(t)+x^T(t)P\dot{x}(t) \tag{11}$$

將式(7)及(5)代入式(11)得

$$\begin{aligned}\dot{V}=&\sum_{k=1}^{r}\sum_{s=1}^{r}\mu_k\mu_s x^T\times\left\{P\left[A_{k0}+B_{k0}F_s\right]+\left[A_{k0}+B_{k0}F_s\right]^T P\right\}x(t)\\&+\sum_{k=1}^{r}\sum_{s=1}^{r}\mu_k\mu_s x^T(t)\left\{\sum_{i,j=1}^{n}Pe_i\left(\delta_{kij}a_{kij}^0\right)e_j^T+\sum_{i,j=1}^{n}\left[e_i\left(\delta_{kij}a_{kij}^0\right)e_j^T\right]^T P\right\}x(t)\\&+\sum_{k=1}^{r}\sum_{s=1}^{r}\mu_k\mu_s x^T(t)\left\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}Pe_i\left(\sigma_{kil}b_{kil}^0\right)h_l^T F_s+\sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}\left[e_i\left(\sigma_{kil}b_{kil}^0\right)h_l^T F_s\right]^T P\right\}x(t)\\&+w^T(t)Px(t)+x^T(t)Pw(t)\end{aligned} \tag{12}$$

定理Theorem 1. 若存在一對稱正定矩陣 $X=P^{-1}\in\Re^{n\times n}$ 、矩陣 $Z_k,\ Z_s\in\Re^{m\times n}$ 及正實數 λ_{kij}、 λ_{sij}、 α_{kil}、α_{sil} (i,j=1,2,...,n, l=1,2,...,m, k,s=1,2,...,r) 滿足下列的LMI

$$\begin{bmatrix}G & U_1 & U_2 & X\\ U_1^T & -V_1 & 0 & 0\\ U_2^T & 0 & -V_2 & 0\\ X & 0 & 0 & -Q^{-1}\end{bmatrix}<0 \tag{13}$$

其中

$G_1=XA_{k0}^T+A_{k0}X+Z_k^T B_{k0}^T+B_{k0}Z_k+\sum_{i,j=1}^{n}\lambda_{kij}\Delta\bar{a}_{kij}^2 e_i e_i^T+\sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}\alpha_{kil}\Delta\bar{b}_{kil}^2 e_i e_i^T+\frac{1}{\rho^2}$、

$U_1=\left[\underbrace{X\ \cdots\ X}_{n}\right]\in\Re^{n\times n^2}$ 、 $U_2=\left[\underbrace{Z_s^T\ \cdots\ Z_s^T}_{n}\right]\in\Re^{n\times nm}$ 、 $V_1=diag\left\{\lambda_{k11}\ \cdots\ \lambda_{knn}\right\}\in\Re^{n^2\times n^2}$ 及 $V_2=diag\left\{\alpha_{k11}\ \cdots\ \alpha_{k11}\right\}\in\Re^{nm\times nm}$

而且各個規則的狀態迴授矩陣可描述為

$$F_k = Z_k X^{-1} \tag{14}$$

則未定混沌系統(1)為二次可穩定的，且在指定的 ρ^2 內可保證式(9)的 H^∞ 控制性能。