中文 成大研發快訊　第十四卷 第一期 - 2010年五月二十一日
[http://research.ncku.edu.tw/re/articles/c/20100521/2.html]

區間式第二型模糊滑動模式技術控制時變統一化混沌系統

李祖聖[1,*]、蕭銘殷[2]、李佳鎮[1]、蔡舜宏[3]
[1]國立成功大學電機資訊學院電機工程學系
[2]和春技術學院電機工程系
[3]國立台北科技大學機電學院自動化科技研究所

thsli@mail.ncku.edu.tw

International Journal of Nonlinear Science and Numerical Simulations
IJNSNS 10(2): 171-180, FEB 2009

過去二十年來，控制系統中的混沌現象及在動態系統中控制混沌被廣泛地被研究。現今各種不同的技巧及方法被提出以達到控制混沌之目的，諸如對不同的混沌系統同步化、使用自適應控制法、倒迴遞設計技術以及模糊滑動控制法等等。在本研究中，我們提出了區間式第二型模糊滑動控制法(IT2-FSMC)用以來控制時變統一化混沌系統。此技巧結合了區間式第二型模糊控制法(IT2-FLC)以及滑動模式控制法(SMC)並同時具有這兩種方法的優點。本文的主要貢獻有:1)提出了非偶合的IT2-FSMC來控制時變統一化混沌系統;2)漸近穩定性可由Lyapunov穩定性理論分析來完成。

考慮一個統一化混沌系統其統合了Lorenz、Lü及Chen等三種混沌系統以單一表示式如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (25\alpha+10)(x_2-x_1) \\ \dot{x}_2 = (28-35\alpha)x_1 - x_1x_3 + (29\alpha-1)x_2 \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - (\alpha+8)x_3/3 \end{cases} \tag{1}$$

其中 $\alpha\in[0,1]$。當 $\alpha\in[0,0.8)$ 時系統(1)則為Lorenz系統、當 $\alpha\in(0.8,1]$ 時系統(1)則為Chen系統、而 α=0.8 時系統(1)為 Lü系統。

受控的統一化混沌系統可用下式表示之:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (25\alpha+10)(x_2-x_1)+u_1 \\ \dot{x}_2 = (28-35\alpha)x_1 - x_1x_3 + (29\alpha-1)x_2+u_2 \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - (\alpha+8)x_3/3+u_3 \end{cases} \tag{2}$$

其中 u_i， $i=1,2,3$ 為待設計的控制器。追循軌跡問題(2)是找出適當的控制法則使得狀態能漸近地跟循所要求的 $\boldsymbol{x}_d(t)$。狀態向量的軌跡誤差定義為

$$\boldsymbol{e}(t)=\boldsymbol{x}_d(t)-\boldsymbol{x}(t)=[e_1 \quad e_2 \quad e_3]^T \tag{3}$$

其中 $e_i = x_{di}-x_i$， $i=1,2,3$ 。由於每個子系統受控於獨立的控制力，我們可針對控制器 $\boldsymbol{u}=[u_1 \quad u_2 \quad u_3]^T$ 來設計3個非偶合的滑動面 $\boldsymbol{s}=[s_1 \quad s_2 \quad s_3]^T$ 如下:

$$s_i = (\frac{d}{dt} + \lambda_i)e_i, \quad i = 1,2,3 \tag{4}$$

其中 $\lambda_i > 0$。由於式(4)為Hurwitz多項式，可將系統狀態維持在 $s_i(e_i, t)$ 上，導致 $e_i(t)$ 逼近於零即使其初始條件 $e_i(0) \neq 0$，故能滿足循跡控制。

對於個個子系統而言，必須找到一個適當的控制法則以便使誤差 $e_i(t)$ 保持在滑動面 $s_i(e_i, t)$ 上。為了達到此目的，一個正值的李奧普諾夫函數 定義下:

$$V = \frac{1}{2}\boldsymbol{s}^T\boldsymbol{s} \tag{5}$$

系統穩定性的必要條件給定為

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\boldsymbol{s}^T\boldsymbol{s}) \leq -\eta|\boldsymbol{s}| \tag{6}$$

假如我們選定 η>0，式(6)說明了系統將被驅使至滑動面上並使得與 $s_i(e_i, t)$ 的絕對距離是遞減的。

若狀態軌跡已到達滑動面 $s_i = 0$，則由(4)式可得 $s_i = \dot{e}_i + \lambda_i e_i = 0, \quad i = 1,2,3$ 而推導得

$$\lim_{t\to\infty} e_i(t) = \lim_{t\to\infty} e_i(0)e^{-\lambda_i t} = 0 \tag{7}$$

一個區間式第二型模糊集合(IT2-FS) $\tilde{A}$ 可表示為

$$\tilde{A} = \int_{x\in X}\int_{v\in J_x} 1/(x,v) = \int_{x\in X}\left[\int_{v\in J_x} 1/v\right]\Big/x, \quad J_x \subseteq [0,1] \tag{8}$$

IT2-FLC 包含了下列五大部份：模糊化器、規則庫、模糊推論引擎、降階器及解模糊化器。

模糊化器將單值輸入映射成區間式第二型模糊集合。在此選用了未確定平均值Gaussian形狀的歸屬函數，其主要歸屬函數的上界可表示為

$$\overline{\mu}_{\tilde{A}}(x) \equiv \overline{FOU(\tilde{A})} = \begin{cases} e^{-\frac{1}{2}((x-m_1)/\sigma)^2}, & x < m_1 \\ 1, & m_1 \leq x \leq m_2 \\ e^{-\frac{1}{2}((x-m_2)/\sigma)^2}, & x > m_2 \end{cases} \tag{9a}$$

且其對應的主要歸屬函數的下界為

$$\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x) \equiv \underline{FOU(\tilde{A})} = \begin{cases} e^{-\frac{1}{2}((x-m_2)/\sigma)^2}, & x \leq \frac{m_1+m_2}{2} \\ e^{-\frac{1}{2}((x-m_1)/\sigma)^2}, & x > \frac{m_1+m_2}{2} \end{cases} \tag{9b}$$

其中 $[m_1,m_2]$ 為未確定平均值的跨度，而 σ 為標準差值。

IT2-FLC中的規則庫亦用IF–THEN來描述。我們考慮的IT2-FLC有2個變數輸入 e_i 和 $\dot{e}_i$，以及單一的輸出 u_i，則IT2-FLC的第j條規則可寫成為

$$R^j : \text{IF } e_i \text{ is } \tilde{F}_1^{ij} \text{ and } \dot{e}_i \text{ is } \tilde{F}_2^{ij} \text{ THEN } u_i \text{ is } \tilde{G}^{ij},\ j=1,\cdots,M \tag{10}$$

在此我們選用對角線式的規則表是由於對角式模糊控制與滑動模式控制俱有相似性，據此，我們可用含邊界層的滑動模式控制重新定義對角線式來驗証其穩定性及強健性。

推論引擎合併了所有被觸發的規則並用非線性的方式將輸入的IT2-FS映射至輸出的IT2-FS。式(12)的模糊規則可寫成為

$$R^j :\ \tilde{F}_1^{ij} \times \tilde{F}_2^{ij} \rightarrow \tilde{G}^{ij} \tag{11}$$

控制輸入 u_i 第j條規則所得的區間集合以其相對應的上界及下界描述所得的結果如下

$$\tilde{F}^{ij}(e_i,\dot{e}_i) = \left[\underline{f}^j(e_i,\dot{e}_i), \bar{f}^j(e_i,\dot{e}_i)\right] = \left[\underline{f}^j, \bar{f}^j\right] \tag{12}$$

降階器為第一型解模糊化器的擴增版本，應用了擴增原理至特定的解模糊化法。本文採用了COS降階法其結果可表示為

$$U_{\cos}(\boldsymbol{e}) = [u_l, u_r] = \int_{u^1\in[u_l^1,u_r^1]}\cdots\int_{u^M\in[u_l^M,u_r^M]}\int_{f^1\in[\underline{f}^1,\bar{f}^1]}\cdots\int_{f^M\in[\underline{f}^M,\bar{f}^M]} 1 \Big/ \frac{\sum_{i=1}^{M} f^i u^i}{\sum_{i=1}^{M} f^i} \tag{13}$$

其中where $U_{\cos}(e)$ 是由最左界點 u_l 及最右界點 u_r 所決定的區間輸出集合。要計算 u_l 和 u_r，必須使用Karnik–Mendel遞迴計算方法。

我們取 u_l 和 u_r 的平均值來對區間集做解模糊化，故解模糊化單值輸出為

$$u_{fuzz2}(\boldsymbol{e}) = \frac{u_l + u_r}{2} \tag{14}$$

FSMC的主要優點為可減少模糊控制的規則數目，此時非偶合化滑動函數 $s_i(e_i,\dot{e}_i)$ 為本文提出的IT2FSMC控制器唯一的輸入且第i個控制輸入之第j條規則可描述如下:

$$R^j : \text{IF } s_i \text{ is } \tilde{S}^{ij} \text{ THEN } u_i \text{ is } \tilde{U}^{ij},\ j=1\rightarrow M \tag{15}$$

而IT2-FSMC $u_{ifsmc}(s_i)$, i=1,2,3 的輸出將滿足下列的條件

$$\left|s_{ia}\right| > \left|s_{ib}\right| \rightarrow \left|u_{ifsmc}\left(s_{ia}\right)\right| > \left|u_{ifsmc}\left(s_{ib}\right)\right| \tag{16}$$

意即 *s* 距離愈大，則需較大的控制力。