

簡單判別量子糾纏態

李哲明、陳岳男*

*國立成功大學理學院物理系 副教授

yuehnan@mail.ncku.edu.tw

Physical Review Letters 105, 210504 (November, 2010)

量

子計算與量子資訊科學[1]，近年來已受到高度之重視，其重要之因，在於傳統的資訊編碼與資訊處理，可以用量子力學詮釋的量子態與量子操作，進行更高效率與安全性的訊息處理與傳遞；與經典物理學所描述的物理態相比較，量子態具多項獨特性質，這是傳統物理態所無法模仿的；例如，有別於傳統物理態在某一特定時間上只具有一特定的狀態，量子態確可以同時具有不同狀態（稱之為量子態疊加，quantum superposition），以光子為例，我們可以將單筆資料編碼於光子偏振自由度的量子態上，例如水平偏振設為0，垂直偏振設為1（圖一(a)），視為一個二階系統，即所謂的光子量子位元（qubit），相互正交的量子偏振態，可以同時疊加起來（圖一(b)）；這種量子態的同調疊加特性，是量子平行運算的基礎，亦是量子計算與資訊處理優於傳統訊息處理的主因之一。



除了量子態的疊加，當多個量子系統進行交互作用，量子系統間可以進一步產生奇異的關連特性，稱之為量子糾纏（quantum entanglement），這是多系統量子態獨具之特性；讓我們以雙光子糾纏態為例，一窺其奇異性：當A與B分享一對糾纏光子，如圖二(a)所示，A持有其中的一個，而B持有另一個，當A對其手上的光子進行偏振態的測量，如果量測結果是垂直偏振，則他可以馬上知道B的光子現在的光子也具有垂直偏振；當A對其光子進行斜偏振的測量，如結果為正斜偏振（+45度）時，他也可以馬上知道B的偏振態是正斜偏振，仍存著在測量結果上100%關連性；或許有人會問，這種量測結果上的關聯性也可以由古典不具同調性的混合態所提供（圖二(b)），但其結果卻不然，對古典的混合態進行量測，在水平-垂直的偏振量測上，量測結果儘管可以得到100%關連性，但在另一個基底的量測實驗，其測量結果確毫無關連可言；量子糾纏所提供的關聯性是“全方位”的，不同的量測方向依然可以提供百分百之關聯性。

以量子糾纏態的關連性為資源，搭配適當的量子方案，可以實現以古典資訊理論為基礎的訊息處理所無法完成的任務，如量子態的遙傳（quantum teleportation）[2]，單向量子計算（one-way quantum computation）[3]等。目前有許多實驗已經製造出多體量子位元糾纏態，並進一步產生，多維度糾纏[4]，以及超糾纏[5]；多維度糾纏態指的是，糾纏態的每一個子系統具有多個量子態參與量子關連，不局限於量子位元的兩個態，例如光子的軌域角動量量子態[4]；超糾纏是量子糾纏態可以存在於多個自由度，例如兩個光子，可以同時在光子的偏振，軌域角動量，路徑等自由度上同時具有量子糾纏[5]。

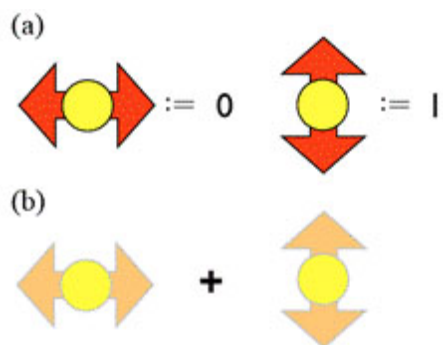
當量子態在實驗室裡製造出來，於糾纏實驗中，非常重要的一步就是判斷實驗裡的量子態（輸出態）是否為一個真正的多體糾纏態，多維度糾纏態，亦或是超糾纏態，唯有經過認證，才能將此輸出態做後續的處理與應用；當參與量子糾纏的系統個數，單一系統維度的數目，及參與的自由度增加，判別量子糾纏態的實驗步驟就變的越繁複，例如在上述的雙光子偏振糾纏態的例子裡，最少需要進行兩個偏振方向的實驗：分別為水平-垂直偏振，以及正（+45度）-反（-45度）斜偏振，兩個設置的實驗。進一步以三個維度的雙光子糾纏態為例[6]，目前實驗裡用來判別輸出態是否具有真正的三維糾纏，其所需的實驗設置是80個，因此需要耗費大量的時間進行實驗儀器的校準與實驗資料的收集與處理。根據當前被普遍應用的判別方法，糾纏實驗中用來偵測輸出態所需的設置數目，會隨參與糾纏的數目與維度成指數性的成長[7]，這意謂我們

要判別由更廣泛的糾纏實驗所產生出的量子態是否為真正的量子糾纏，在實現上將非常困難。

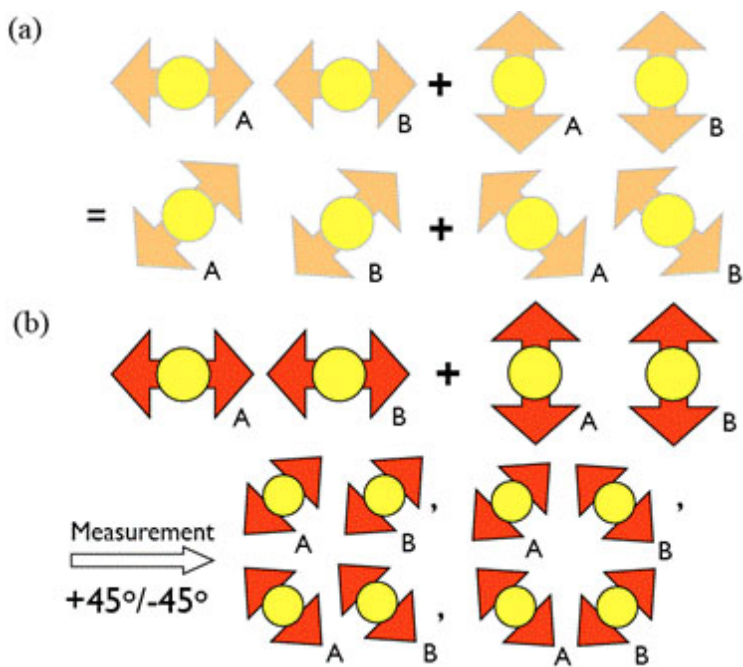
實驗上可施行的高效率糾纏態偵判別，在實現以量子糾纏態為基礎的量子計算與量子資訊處理相當重要，本研究結果顯示[8]，藉由所提出的實驗偵測方案，對所有的糾纏態，其糾纏特性接近於多體多維多自由度的圖態 (graph state) [9]，皆可以於實驗中非常有效率地進行糾纏判別，其實驗所需之設置數目，與系統個數，維度與自由度數目皆無關，這代表我們可以只用最少的兩個設置，完成大量不同形態糾纏的判別，克服了目前方法所遭遇的瓶頸與障礙；這裡，圖態指的是以圖表示糾纏態 (參照圖三)，圖中的點代表多為度量子系統，點與點間的連線代表系統間的藕荷，大多數的量子訊息處理方案皆以圖態為基礎，藉由隱含其中的量子關連，可以完成單向量子計算，量子糾錯等訊息處理。本方案可以大大降低量測所需資源的主要原因，在於我們提出了嶄新的多維度統計獨立性的必要條件，違反此條件者，均視為在量測結果上具有統計關聯性，我們進一步利用此關聯性來描述多維度量子系統間的糾纏特性，如圖四所示。本論文所提出的方法，馬上可以用於目前所有多體高維度糾纏與超糾纏的實驗[10](亦可參照圖五之簡例)，並可以用於未來判別更複雜的實驗糾纏態，進一步實現更廣泛量子糾纏態之應用。

參考文獻：

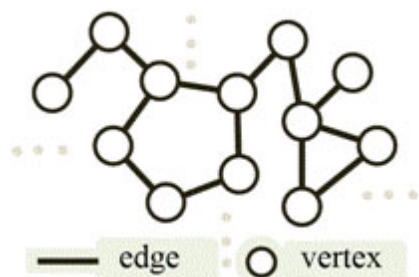
- [1] M. Nielsen, I. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge; New York: Cambridge University Press (2000).
- [2] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres, W. K. Wootters, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895-1899 (1993).
- [3] H.-J. Briegel and R. Raussendorf, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5188 (2001).
- [4] A. Mair *et al.*, *Nature* **412**, 313 (2001); G. Molina-Terriza *et al.*, *Nat. Phys.* **3**, 305 (2007).
- [5] P. G. Kwiat, *J. Mod. Optic.* **44**, 2173 (1997); K. Chen *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 120503 (2007).
- [6] R. Inoue *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 110503 (2009).
- [7] R. T. Thew *et al.*, *Phys. Rev. A* **66**, 012303 (2002); M. Bourennane *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 087902 (2004); A. Sanpera, D. Brus, and Lewenstein, *Phys. Rev. A* **63**, 050301(R) (2001).
- [8] C.-M. Li *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 210504 (2010).
- [9] R. Raussendorf, D. E. Browne, and H. J. Briegel, *Phys. Rev. A* **68**, 022312 (2003); M. Hein, J. Eisert, and H. J. Briegel, *ibid* **69**, 062311 (2004).
- [10] Supplementary information in C.-M. Li *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 210504 (2010).



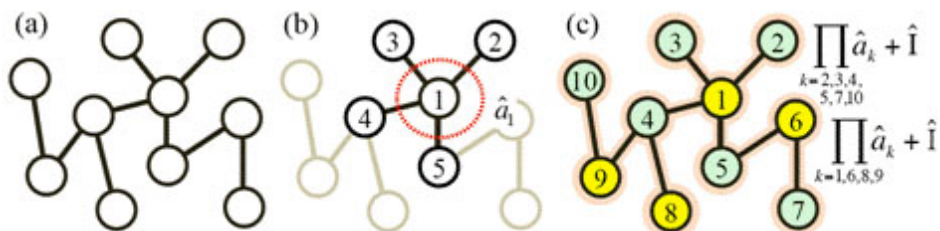
圖一：(a) 光子量子位元。(b) 量子0與1的同調疊加態。



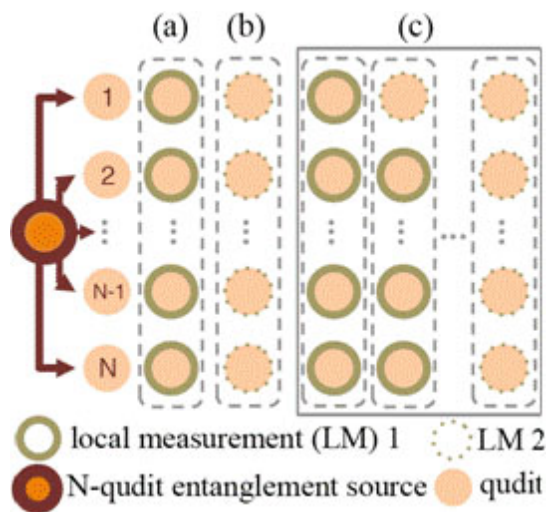
圖二：(a) 光子偏振糾纏態：由兩個垂直偏振與水平偏振態同調疊加而成，在 $+45^\circ/-45^\circ$ 基底表示下，依然顯示出其關聯性。(b) 古典混合態：其成分元素間不具同調疊加之特性，故在不同基底量測，量測結果不具關聯性。



圖三：量子圖態：圖中的點與線分別描述物理系統與交互作用[9]。



圖四：多體糾纏的描述方法：對於例子裡，如(a)所示的10個量子系統的圖態而言，描述系統間關聯特徵的建構步驟有二：(b) 以所提出的關聯條件為基礎的算符描述一系統與其周圍相鄰系統間的關聯，這裡以第一個系統為例，以紅色虛線加強其與相鄰系統兼之關係。(c) 根據圖的顏色，將算符合併起來作為糾纏條件的核心[8,10]。



圖五：量子糾纏判別實驗裝置：(a)與(b)分別描述兩個相異的量測裝置，本研究結果顯示存在著許多多體多維度量子糾纏態利用兩個裝置就可以完成糾纏判別。(c)所有不同形式的量測組合，隨著粒子數目的增加，裝置數目呈指數性成長；如用貝爾不等式作為糾纏判別工具，需要此類裝置。

Copyright 2011 National Cheng Kung University